S6-271

B.Sc. DEGREE EXAMINATION – APRIL/MAY **2018**.

THIRD YEAR – SIXTH SEMESTER

MATHEMATICS

(Regular)

Paper VII -(E-A) : LAPLACE TRANSFORMS

(Common Paper for B.A./B.Sc.)

Time : 3 Hours *Max. Marks : 75*

PART – A

Answer any FIVE questions. (5 × 5 = 25 marks)

Each question carries 5 marks.

1. Derive the Laplace transform of e^{-at} by using the basic definition.

   e^{-at} నకు లాప్లాస్ పరివర్తనం ను నిర్వచనం నుండి రాబట్టండి.

2. Find Laplace transform of $e^{-t} - t^4 + 3\sin(\sqrt{3t}) + 4\cos(t)$.

   $e^{-t} - t^4 + 3\sin(\sqrt{3t}) + 4\cos(t)$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

3. State and prove Final value Theorem.

   తుది విలువ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

4. If $L[\sin\sqrt{t}] = \dfrac{\sqrt{\pi}e^{\frac{1}{4P}}}{2p^{3/2}}$ then find $L\left[\dfrac{\cos\sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right]$.

   $L[\sin\sqrt{t}] = \dfrac{\sqrt{\pi}e^{\frac{1}{4P}}}{2p^{3/2}}$ అయితే $L\left[\dfrac{\cos\sqrt{t}}{\sqrt{t}}\right]$.

5. Find the Lapla the transform of $\int_0^t e^{-t}\cosh t\,dt$.

   $\int_0^t e^{-t}\cosh t\,dt$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

Turn Over

6. Find the Laplace transform of $\int_0^\infty \frac{\sin 2t}{t} dt$.

$\int_0^\infty \frac{\sin 2t}{t} dt$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

7. Find the Inverse Laplace transform of $\frac{2p-5}{p^2-9}$.

$\frac{2p-5}{p^2-9}$ నకు విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

8. Find the inverse Laplace transform of $\frac{e^{-3p}}{(p-4)^2}$.

$\frac{e^{-3p}}{(p-4)^2}$ నకు విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

9. Find the inverse Laplace transform of $\log\left\{\frac{p+3}{p+4}\right\}$.

$\log\left\{\frac{p+3}{p+4}\right\}$ నకు విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

10. Find the Inverse Laplace transform of $\left\{\frac{2p}{(p^2-4)^2}\right\}$.

$\left\{\frac{2p}{(p^2-4)^2}\right\}$ నకు విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

PART – B

Answer any FIVE questions. (5 × 10 = 50 marks)

Each question carries 10 marks.

11. (a) (i) State and prove theorem for sufficient condition for the existence of Laplace transformation.

లాప్లాస్ పరివర్తనము వ్యవస్థిత సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించండి.

(ii) Show that $L\left(\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\right) = \frac{1}{\sqrt{p}}$.

$L\left(\frac{1}{\sqrt{\pi t}}\right) = \frac{1}{\sqrt{p}}$ అని చూపండి.

Or

(b) (i) Find the Laplace transformation for $f(t)=\begin{cases} e^t, & 0<t<1 \\ 0, & t>1 \end{cases}$.

$f(t)=\begin{cases} e^t, & 0<t<1 \\ 0, & t>1 \end{cases}$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

(ii) Find the Laplace transformation of $(\sin t-\cos t)^3$.

$(\sin t-\cos t)^3$ కు లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

12. (a) If $L(F'(t))$ and $L(F''(t))$ are exist then show that $L[F'(t)]=pf(p)-F(0)$ and $L[F''(t)]=p^2f(p)-pF(0)-F'(0)$ where $L[F(t)]=f(p)$ and $F'(t)=\frac{dF(t)}{dt}$.

$L(F'(t)), L(F''(t))$ వ్యవస్థితం అయితే $L[F'(t)]=pf(p)-F(0)$ మరియు $L[F''(t)]=p^2f(p)-pF(0)-F'(0)$ అని చూపండి. ఇచ్చట $L[F(t)]=f(p)$ మరియు $F'(t)=\frac{dF(t)}{dt}$.

Or

(b) (i) Find the Laplace transformation of $\left(1+te^{-t}\right)^3$.

$\left(1+te^{-t}\right)^3$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

(ii) If $L[F(t)]=f(p)$ then show that $L(F(at))=\frac{1}{a}f\left(\frac{p}{a}\right)$.

$L[F(t)]=f(p)$ అయితే $L(F(at))=\frac{1}{a}f\left(\frac{p}{a}\right)$ అని చూపండి.

13. (a) Prove that Laplace transform of $L[J_0(t)]=\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$ where $J_n(t)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r!\sqrt{n+r+1}}\left(\frac{t}{2}\right)^{n+2r}$ here $\sqrt{n+r+1}$ is game of $n+r+1$.

$J_n(t)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(-1)^r}{r!\sqrt{n+r+1}}\left(\frac{t}{2}\right)^{n+2r}$ అయితే $L[J_0(t)]=\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$ అని చూపండి here $\sqrt{n+r+1}$ is gama of $n+r+1$.

Or

(b) Find the Laplace transform of $\frac{\sin(2t)\cos(4t)}{t}$.

$\frac{\sin(2t)\cos(4t)}{t}$ నకు లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

14. (a) Find the Inverse Laplace transform of $\frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)}$ by using partial fractions.

$\frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)}$ నకు పాక్షిక బిన్నాలను ఉపయోగించి విలోమనకు లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

Or

(b) Find the Inverse Laplace transform of $\frac{4(p-1)}{(p^2-2p+5)}+\frac{p^2}{(p-2)^3}$.

$\frac{4(p-1)}{(p^2-2p+5)}+\frac{p^2}{(p-2)^3}$ నకు విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

15. (a) State and prove the Heaviside's expansion theorem in Inverse Laplace transforms.

విలోమ లాప్లాస్ పరివర్తనంకు Heaviside's విస్తరణ సిద్ధాంతంను ప్రవచించి నిరూపంచండి.

Or

(b) Apply Convolution theorem to find Inverse Laplace transform of $\left\{\frac{p^2}{(p^2+a^2)(p^2+b^2)}\right\}$.

$\left\{\frac{p^2}{(p^2+a^2)(p^2+b^2)}\right\}$ నకు అంతర విలువ (Convolution) సిద్ధాంతంను వాడి లాప్లాస్ పరివర్తనము ను కనుగొనండి.

———————